LE RADICI SUL COMPUTER

come fanno i computer a calcolare la radice quadrata?

Davide Palitta, Germana Landi
{davide.palitta, germana.landi}@unibo.it

Dipartimento di Matematica, Centro AM^2
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Proviamo a generalizzare il metodo di Erone

Ormai conosciamo benissimo il metodo di Erone per il calcolo di

$$x = \sqrt{a}$$

Dato x_0, calcoliamo

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right), \quad k \geqslant 0$$

fino a quando non siamo in qualche modo soddisfatti della nostra approssimazione x_{k+1}

Proviamo a generalizzare il metodo di Erone

Il metodo di Erone può essere visto come un caso particolare di un metodo molto generale e potente, il **metodo di Newton**

Proviamo a generalizzare il metodo di Erone

Il metodo di Erone può essere visto come un caso particolare di un metodo molto generale e potente, il **metodo di Newton**

Partiamo riscrivendo il nostro problema

$$x = \sqrt{a} \quad \Rightarrow x^2 - a = 0, \quad a \geqslant 0$$

Proviamo a generalizzare il metodo di Erone

Il metodo di Erone può essere visto come un caso particolare di un metodo molto generale e potente, il **metodo di Newton**

Partiamo riscrivendo il nostro problema

$$x = \sqrt{a} \quad \Rightarrow x^2 - a = 0, \quad a \geqslant 0$$

Iniziamo a ragionare

- Cosa rappresenta la curva

$$f(x) = x^2 - a, \quad a \geqslant 0?$$

- quindi trovare gli x tali che

$$x^2 - a = 0$$

  cosa significa?

Il metodo di Newton approssima le radici dell'equazione

$$x^2 - a = 0, \quad a \geqslant 0$$

cioè i punti di intersezione tra la parabola

$$f(x) = x^2 - a, \quad a \geqslant 0$$

e l'asse x

Dato x_0, il metodo definisce x_{k+1} come il punto di intersezione tra l'asse x e la retta tangente alla parabola in $(x_k, f(x_k))$

Proviamo a costruirlo!

Ma il coefficiente angolare della retta tangente alla parabola $f(x)$ in $(x_k, f(x_k))$ è dato dal valore della **derivata prima** di f in x_k!

$$f'(x_k)$$

Se $f(x) = x^2 - a$, chi è $f'(x)$?

Ma il coefficiente angolare della retta tangente alla parabola $f(x)$ in $(x_k, f(x_k))$ è dato dal valore della **derivata prima** di f in x_k!

$$f'(x_k)$$

Se $f(x) = x^2 - a$, chi è $f'(x)$?

Il metodo di Newton può essere usato anche per funzioni generiche!